

CÉDRIC VILLANI

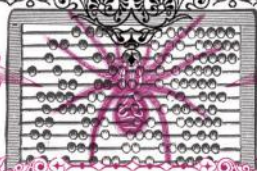


IL TEOREMA VIVENTE

LA MIA PIÙ GRANDE AVVENTURA MATEMATICA



1629420



Rizzoli



1629420

Cédric Villani

Il teorema vivente

La mia più grande avventura matematica

Illustrazioni di Claude Gondard

Traduzione di Paolo Bellingeri

Rizzoli

Proprietà letteraria riservata
© Editions Grasset & Fasquelle 2012
© 2013 RCS Libri S.p.A., Milano

ISBN 978-88-17-06363-0

Titolo originale dell'opera:
THÉORÈME VIVANT

Prima edizione: febbraio 2013

Le marin et la rose, parole di
Jean Huard/musica di Claude Pingault
© 1960 Editions Transatlantique. All rights reserved.

La citazione a p. 34 è tratta da
Neil Gaiman, *Fragile Things: Short Fictions and Wonders*,
HarperCollins 2006.

Il traduttore ringrazia Luigi Ambrosio e Lorenzo Brandolese per la loro disponibilità e per le utili conversazioni sulla corretta traduzione dei termini tecnici riguardanti il trasporto ottimale.

Il teorema vivente

Mi si chiede spesso come sia la vita di un ricercatore, di un matematico: in cosa consista il nostro quotidiano, e come arriviamo a scrivere le nostre opere. È a queste domande che vorrei provare a rispondere qui.

Il racconto segue la genesi di un lavoro matematico, dal momento in cui si decide di lanciarsi nell'avventura, fino a quello in cui finalmente l'articolo che annuncia il nuovo risultato – il nuovo *teorema* – viene accettato per essere pubblicato su una rivista internazionale.

Tra questi due momenti, il cammino del ricercatore, lungi dal seguire una traiettoria rettilinea, procede per un sentiero fatto di ostacoli e deviazioni, come spesso accade nella vita di tutti i giorni.

A parte qualche insignificante aggiustamento, legato alle necessità della scrittura, il racconto che segue è conforme alla realtà, o almeno a come l'ho percepita io.

Alcuni lunghi passaggi in inglese e francese sono tradotti alla fine del libro.

Ringrazio Olivier Nora per aver lanciato l'idea di questo progetto durante un incontro imprevisto; Claire per le riletture attente e i consigli; Claude per le belle illustrazioni; Ariane Fasquelle e lo

staff di Grasset per la qualità dell'ascolto e del lavoro editoriale; grazie infine a Clément, per un'indimenticabile collaborazione, senza la quale questo libro non avrebbe mai visto la luce.

Invito i miei lettori e le mie lettrici a scrivermi via posta elettronica per comunicarmi le loro domande o i loro commenti.

Cédric Villani
Parigi, dicembre 2011

Capitolo 1

Lione, 23 marzo 2008

Domenica, l'una del pomeriggio; il laboratorio sarebbe deserto se non fosse per due matematici indaffarati. Un incontro privato, per una giornata di lavoro in tranquillità, nell'ufficio che occupo da otto anni al terzo piano dell'École normale supérieure di Lione.

Seduto in una comoda poltrona, tamburello energicamente sulla grande scrivania, le dita aperte come le zampe di un ragno: il mio maestro di piano me lo ha insegnato tempo fa.

Alla mia sinistra, su un altro tavolo, un terminale; alla mia destra un armadio con qualche centinaio di libri di matematica e fisica; dietro di me, accuratamente ordinate su lunghi scaffali, migliaia e migliaia di pagine di articoli, fotocopie di un'epoca ancestrale, di un tempo in cui le riviste scientifiche ancora non esistevano in formato elettronico; e molte altre opere di ricerca fotocopiate invece in anni in cui lo stipendio non mi consentiva di placare la mia sete di libri. C'è anche un buon metro di bozze, meticolosamente archiviate nel corso degli anni; e altrettanti appunti scritti a mano, testimoni di innumerevoli ore passate ad ascoltare seminari di ricerca. Sulla scrivania davanti a me, Gaspard, il mio computer portatile, battezzato così in onore di Gaspard Monge, il grande matematico della Rivoluzione fran-

cese, e una pila di fogli cosparsi di simboli matematici, scarabocchiati agli otto angoli del mondo e riuniti insieme per l'occasione.

Il mio complice, Clément Mouhot, sguardo vivo e pennarello alla mano, è in piedi accanto alla lavagna bianca che occupa tutto il muro davanti a me.

«Allora, dimmi, perché mi hai fatto venire? Cos'hai in mente? Non mi hai dato molti dettagli nella tua mail...»

«Non smetto di tornare con la mente al mio antico demone, molto ambizioso in verità: la regolarità per l'equazione di Boltzmann non omogenea.»

«La regolarità condizionale? Intendi con condizioni di regolarità minimali?»

«No, senza condizioni.»

«Addirittura! Senza un quadro perturbativo? Dici che siamo pronti?»

«Sì, mi ci sono rimesso, ho fatto qualche passo avanti, ma adesso sono bloccato. Ho scomposto la difficoltà in vari modelli ridotti, ma pure il più semplice mi sfugge. Credevo di risolverlo con un argomento basato sul principio del massimo ed ecco che tutto è crollato. Ho bisogno di parlarne.»

«Ti ascolto.»

Ho parlato a lungo: del risultato che ho in testa, dei miei tentativi, dei molti pezzi che non sono in grado di assemblare, del puzzle logico che non si compone, dell'equazione di Boltzmann ancora e sempre ribelle. L'equazione di Boltzmann è la più bella equazione del mondo, una volta l'ho anche detto a un giornalista! Ci sono cascato dentro da piccolo, vale a dire durante la mia tesi di dottorato, e ne ho studiato ogni aspetto. Perché c'è di tutto:

la fisica statistica, la freccia del tempo, la meccanica dei fluidi, la teoria delle probabilità, la teoria dell'informazione, l'analisi di Fourier... Alcuni dicono che nessuno al mondo conosce meglio di me il mondo matematico generato da questa equazione.

Sette anni fa ho iniziato Clément a questo universo misterioso. Per la sua tesi di dottorato, che ha svolto sotto la mia supervisione, ha imparato con avidità. È certamente il solo matematico ad aver letto tutti i miei lavori sull'equazione di Boltzmann, e adesso è un ricercatore rispettato, autonomo, brillante ed entusiasta.

Sette anni fa gli ho messo il piede nella staffa e oggi sono io ad aver bisogno del suo aiuto. Sono su un problema troppo complicato, da solo non ci arriverò mai; devo perlomeno poter raccontare i miei sforzi a qualcuno che conosca la teoria alla perfezione.

«Supponiamo che le collisioni radenti siano presenti, d'accordo? Un modello senza *cut off*. Allora l'equazione si comporta come una diffusione frazionaria: certo degenerata, ma comunque una diffusione. Non appena avremo dei limiti sulla densità e sulla temperatura, ci potremo lanciare su un metodo iterativo alla Moser, modificato per tenere conto della non località.»

«Metodo di Moser? Mmmh... aspetta, fammi prendere degli appunti.»

«Sì, un metodo alla Moser. Il punto chiave è che l'operatore di Boltzmann... questo operatore, pur essendo bilineare e non locale, resta, moralmente, un *divergence form operator*, ed è questo che fa funzionare il metodo di Moser. Si fa un cambiamento di funzione non lineare, si monta in potenza... E in realtà c'è bisogno non solo della temperatura; c'è anche la matrice di momenti di ordine 2 che dobbiamo saper controllare. L'essenziale tuttavia resta la positività.»

«Piano, non ti seguo, perché la temperatura non basta?»

Spiego a lungo, si discute e ci si contesta. La lavagna è piena di simboli. Clément vuole saperne di più sulla positività. Come mostrare la stretta positività senza condizioni di regolarità? È possibile?

«Non è così scioccante, se ci pensi, le collisioni producono delle stime di ordine inferiore, il trasporto in un dominio confinante pure, tutto va nella giusta direzione; i due effetti dovrebbero rinforzarsi, a meno di essere veramente sfortunati. Tempo fa Bernt ci aveva provato e si era impantanato. A dire il vero, molti ci hanno provato, senza successo, ma resta plausibile.»

«Sei sicuro che il trasporto si renderà positivo senza regolarità? Senza collisioni, si trasporta il valore della densità, eppure non diventa positivo...»

«Certo, ma quando si prende la media delle velocità, si rinforza la positività... Un po' come il lemma delle medie cinetiche, tuttavia qui non si tratta di regolarità ma di positività. È anche vero che nessuno l'ha veramente studiato da questa angolazione. Mi ricordo che... due anni fa a Princeton un postdoc cinese mi ha posto una domanda di questo tipo. Prendi un'equazione di trasporto, diciamo nel toro, supponi zero regolarità e vuoi mostrare che la densità spaziale diventa strettamente positiva. Senza regolarità! Sapeva farlo per il trasporto libero, o per qualcosa più generale in tempi piccoli, ma su tempi più grandi era bloccato... All'epoca avevo posto la sua domanda ad altre persone senza ricevere risposte convincenti.»

«Un attimo, solo con il semplice trasporto libero, come fai?»

“Trasporto libero” è un termine tecnico per indicare un gas ideale in cui le particelle non interagiscono tra di loro. Un model-